

А.В. Иванов

РАСЧЕТ РЕЗОНАНСНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ

Работа газотурбинного двигателя сопровождается сложными вибрационными явлениями, в значительной степени определяющими его надежность. Контроль за вибрациями двигателя осуществляется с помощью вибродатчиков, расположенных на корпусе. Для получения полной картины вибрационного состояния двигателя необходимо знать связь между вибронагрузками в контролируемых точках корпуса двигателя и динамическими нагрузками и деформациями всех основных его деталей. Наибольший интерес представляют формы колебаний двигателя на резонансных режимах. Определение резонансных форм колебаний двигателя экспериментальным путем представляет большие трудности, связанные с замерами перемещений и деформаций вращающихся и сильно нагретых деталей. Использование ЭВМ открывает большие возможности по исследованию многих вопросов резонансных колебаний полноразмерных двигателей расчетным путем. Устраняя трудности, связанные с большим объемом вычислительных работ, ЭВМ позволяет рассчитывать разнообразные варианты двигателя и устанавливать влияние конструктивных изменений отдельных элементов двигателя на спектр его резонансных частот и формы колебаний.

В данной статье дается описание алгоритма расчета на ЭВМ собственных частот и форм колебаний газотурбинных двигателей, а также приводятся некоторые результаты расчетов конкретного двигателя.

Основу алгоритма расчета составляет метод начальных параметров. Подробное изложение метода применительно к изгибным колебаниям деталей авиационных двигателей дано в работах [1] - [4].

В работах [1], [2], [4] метод начальных параметров изложен в матричной форме, удобной для расчетов на ЭВМ.

Метод начальных параметров позволяет путем использования одного и того же расчетного алгоритма определять как собственные частоты, так и формы колебаний рассчитываемой системы. Предлагаемый в статье вариант метода начальных параметров является его дальнейшим развитием и позволяет производить расчеты колебаний сложных упругих систем, моделирующих совместные колебания элементов газотурбинного двигателя.

На рис. 1 дан пример упругой разветвленной системы. Эта система состоит из

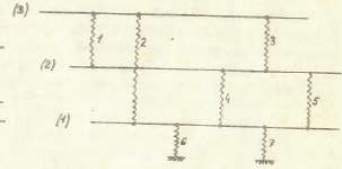


Рис. 1. Схема сложной упругой системы: (1), (2), (3) - номера подсистем; 1-7 - номера связей.

Каждая подсистема состоит из ряда участков, границами которых являются крайние сечения подсистем и места присоединения связей. Места присоединения связей к подсистемам отмечены точками и обозначены теми же номерами (индексами), что и связи. В обозначениях крайних сечений подсистем используется индекс "0".

Участки подсистем задаются переходными матрицами, позволяющими для заданной частоты колебаний \$\Omega\$ по известным перемещениям \$q_i\$ и усилиям \$Q_i\$ в начальном сечении участка определить перемещения и усилия в любом другом его сечении. В частности, для участка подсистемы \$s\$, ограниченного точками \$i\$ и \$j\$, может быть записано следующее матричное соотношение:

$$\begin{pmatrix} q_j^{(s)*} \\ Q_j^{(s)*} \end{pmatrix} = M_{ij}^{(s)} \begin{pmatrix} q_i^{(s)} \\ Q_i^{(s)} \end{pmatrix} \quad (1)$$

где \$(s)\$ - верхний индекс, обозначающий номер подсистемы;
 \$i, j\$ - нижние индексы, показывающие границы участка;
 $q_i^{(s)}, q_j^{(s)*}$ - столбцы обобщенных перемещений;
 $Q_i^{(s)}, Q_j^{(s)*}$ - столбцы обобщенных сил;
 $M_{ij}^{(s)}$ - переходная матрица для участка, ограниченного сечениями \$i, j\$ подсистемы \$s\$;
 * - звездочкой отмечены параметры в конце участка.

Связи задаются матрицами жесткостей, позволяющими определять реакции связей через перемещения граничных точек. На основании уравнений деформации и равновесия для \$i\$-й связи, соединяющей подсистемы \$s\$ и \$p\$, можно записать следующее матричное соотношение:

$$\begin{pmatrix} \Delta \tilde{q}_i^{(s)} \\ \Delta \tilde{q}_i^{(p)} \end{pmatrix} = C_i^{(sp)} \begin{pmatrix} \tilde{q}_i^{(s)} \\ \tilde{q}_i^{(p)} \end{pmatrix} \quad (2)$$

где \$\Delta \tilde{q}_i^{(s)}, \Delta \tilde{q}_i^{(p)}\$ - столбцы не равных тождественно нулю реакций \$i\$-й связи, действующих на подсистемы \$s\$ и \$p\$;
 $\tilde{q}_i^{(s)}, \tilde{q}_i^{(p)}$ - столбцы перемещений подсистем \$s\$ и \$p\$ в точке присоединения \$i\$-й связи, соответствующих реакциям \$\Delta \tilde{q}_i^{(s)}\$ и \$\Delta \tilde{q}_i^{(p)}\$;
 $C_i^{(sp)}$ - матрица жесткостей \$i\$-й связи, соединяющей подсистемы \$s\$ и \$p\$.

В общем случае элементы матрицы \$C_i^{(sp)}\$ зависят от частоты колебаний и являются коэффициентами динамических жесткостей. Если же собственные частоты колебаний связи лежат значительно выше рассчитываемого диапазона частот, то можно пользоваться коэффициентами статических жесткостей, а массу и момент инерции связи относить к участкам подсистем в местах присоединения связи.

В случае соединения подсистемы с неподвижным основанием соотношение (2) принимает вид

$$\Delta \tilde{q}_i^{(s)} = C_i^{(s0)} \tilde{q}_i^{(s)} \quad (3)$$

где \$C_i^{(s0)}\$ - матрица жесткостей \$i\$-й связи, соединяющей подсистему \$s\$ с неподвижным основанием.

Приступая к расчету собственных частот колебаний системы, зададимся рядом значений частот, лежащих в исследуемом диапазоне. Крайние сечения подсистем будем считать свободными от сил. Перемещения крайних левых сечений \$q_0^{(1)}, q_0^{(2)}, q_0^{(3)} \dots\$ примем за начальные параметры, через которые для данной частоты выразим перемещения и силы во всех граничных точках системы, пользуясь приведенными матричными соотношениями. Расчет будем вести, передвигаясь вдоль подсистем слева направо.

Расчет реакций связей производится в той последовательности, в какой становятся известными выражения для перемещений граничных точек связей через начальные параметры. Переход через связь заключается в добавлении реакций связи к соответствующим силам правого конца участка, расположенного слева от связи:

$$\tilde{q}_i^{(s)} = \tilde{q}_i^{(s)*} + \Delta \tilde{q}_i^{(s)} \quad (4)$$

где \$\tilde{q}_i^{(s)*}\$ и \$\tilde{q}_i^{(s)}\$ - столбцы сил подсистемы \$s\$, соответствующих реакциям \$i\$-й связи, соответственно до и после перехода через \$i\$-ю связь.

Все остальные силы, а также перемещения при переходе через связь остаются без изменения.

После перехода через все связи и участки системы получаем выражения перемещений и сил в крайних правых сечениях системы через начальные параметры. На основании полученных выражений составляем уравнения, удовлетворяющие граничным условиям на правых концах системы. В случае свободных концов эти уравнения имеют вид

$$\begin{pmatrix} q_0^{(1)*} \\ q_0^{(2)*} \\ \vdots \\ q_0^{(n)*} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} q_0^{(1)} \\ q_0^{(2)} \\ \vdots \\ q_0^{(n)} \end{pmatrix} \quad (5)$$

где n - число подсистем;

$q_0^{(i)*}$ - столбец обобщенных сил на правом конце i -й подсистемы;

M - квадратная матрица.

Определитель матрицы M является функцией частоты, задаваемой в начале расчета. Те частоты, при которых определитель обращается в нуль, являются собственными частотами системы.

Если обозначить операции, связанные с расчетом участка по соотношению (1), через $a_{ij}^{(s)}$, а операции, связанные с переходом через i -ю связь по соотношениям (2) - (4), через $b_{ij}^{(s)}$, то для системы, представленной на рис. 1, процесс перехода от крайних левых сечений системы к крайним правым можно записать в виде следующего алгоритма:

$$\begin{matrix} a_{03}^{(1)} & a_{01}^{(2)} & a_{01}^{(3)} & b_1^{(23)} & a_{14}^{(2)} & a_{12}^{(5)} & b_2^{(45)} & a_{26}^{(1)} & a_{23}^{(3)} & b_3^{(20)} & a_{54}^{(1)} \\ b_4^{(2)} & a_{47}^{(1)} & a_{43}^{(2)} & b_7^{(10)} & b_3^{(23)} & a_{75}^{(1)} & a_{35}^{(2)} & a_{30}^{(5)} & b_5^{(12)} & a_{50}^{(1)} & a_{50}^{(2)} \end{matrix}$$

После составления матрицы M производится расчет ее определителя Δ , являющегося функцией частоты Ω , задаваемой в начале расчета. Собственные частоты колебаний системы являются корнями уравнения $\Delta(\Omega) = 0$.

Дальнейшие этапы расчета направлены на построение форм колебаний. Для этого используется вышеприведенный алгоритм. В качестве исходной частоты принимается одна из вышенайденных собственных частот. Построенные формы колебаний позволяют рассчитать динамические нагрузки и напряжения в любых элементах конструкции двигателя.

На рис. 2 показана расчетная схема для исследования совместных колебаний роторов и корпуса двухвалного газотурбинного двигателя. Оба ротора и корпус двигателя схематизированы в виде балок с распределенной массой, соединенных между собой упругими связями. Диски компрессоров и турбины на роторах и коробка агрегатов на корпусе схематизированы в виде сосредоточенных масс и моментов инерции. Исходные данные к расчетной схеме двигателя представлены в табл. 1 и 2.

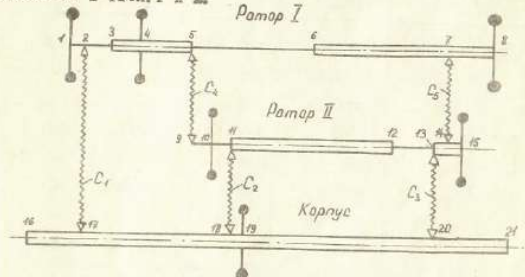


Рис. 2. Расчетная схема для исследования совместных колебаний роторов и корпуса двухвального ГТД:

1 - 21 - номера сечений.

Для режима прямой синхронной проточки обоих роторов двигателя первые три собственные частоты колебаний соответствуют оборотам роторов двигателя, равным $n_1 = 8850$ об/мин.; $n_2 = 12030$ об/мин.; $n_3 = 14300$ об/мин.

Рабочие обороты роторов располагаются между первым и вторым резонансными режимами.

Для уменьшения уровня вибрации двигателя на рабочих оборотах целесообразно снизить обороты первого резонанса и повысить обороты второго. Это можно осуществить путем изменения конструкции отдельных элементов двигателя. В табл. 2 даны результаты расчетов, показывающие, как изменения жесткостей опор роторов влияют на величины резонансных оборотов двигателя.

Таблица 1

Номер сечения i	Длина участка $l_{i, i+1}$ см	Жесткость на изгиб $E J_{i, i+1}$ кг·см ⁴	Распределенная масса $\rho l_{i, i+1}$ кг·сек ² /см ²	Сосредоточенная масса M_i кг·сек ² /см	Диаметральный момент инерции J_{qi} кг·сек ² ·х см
1	2	3	4	5	6
1	6,14	$277 \cdot 10^6$	$463 \cdot 10^{-6}$	0,0400	16,0
2	6,65	$277 \cdot 10^6$	$463 \cdot 10^{-6}$	-	-
3	13,7	$374 \cdot 10^6$	$153 \cdot 10^{-6}$	-	-
4	18,3	$374 \cdot 10^6$	$153 \cdot 10^{-6}$	0,0575	15,0
5	47,6	$141 \cdot 10^6$	$131 \cdot 10^{-6}$	-	-
6	49,0	$366 \cdot 10^6$	$175 \cdot 10^{-6}$	-	-
7	14,9	$366 \cdot 10^6$	$175 \cdot 10^{-6}$	-	-
8	-	-	-	0,0515	8,5
9	6,4	$338 \cdot 10^6$	$135 \cdot 10^{-6}$	-	-
10	9,2	$338 \cdot 10^6$	$135 \cdot 10^{-6}$	0,0799	17,3
11	58,6	$670 \cdot 10^6$	$201 \cdot 10^{-6}$	-	-
12	16,0	$412 \cdot 10^6$	$136 \cdot 10^{-6}$	-	-
13	6,4	$1030 \cdot 10^6$	$227 \cdot 10^{-6}$	-	-
14	3,2	$1030 \cdot 10^6$	$227 \cdot 10^{-6}$	-	-
15	-	-	-	0,0629	10,9
16	20,0	$40000 \cdot 10^6$	$1600 \cdot 10^{-6}$	-	-
17	55,2	$40000 \cdot 10^6$	$1600 \cdot 10^{-6}$	-	-
18	5,0	$40000 \cdot 10^6$	$1600 \cdot 10^{-6}$	-	-
19	88,6	$40000 \cdot 10^6$	$1600 \cdot 10^{-6}$	0,200	320
20	25,0	$40000 \cdot 10^6$	$1600 \cdot 10^{-6}$	-	-

Таблица 2

i	Резонансные числа оборотов n_i , об/мин			
	Исходный вариант двигателя	Варианты двигателя с измененными жесткостями опор роторов C_1, C_2 и C_3		
	$C_1 = (C_1)_0$	$C_2 = 2(C_2)_0$	$C_3 = (C_3)_0$	$C_4 = (C_4)_0$
	$C_2 = (C_2)_0$	$C_2 = (C_2)_0$	$C_3 = 2(C_3)_0$	$C_4 = (C_4)_0$
	$C_3 = (C_3)_0$	$C_3 = (C_3)_0$	$C_3 = (C_3)_0$	$C_4 = 2(C_4)_0$
1	8850	9000	9150	9660
2	12030	12370	13240	12220
3	14300	16100	14490	15220

^x Исходные значения жесткостей опор: $(C_1)_0 = 0,100 \times 10^6$ кг/см; $(C_2)_0 = 0,222 \cdot 10^6$ кг/см; $(C_3)_0 = 0,182 \cdot 10^6$ кг/см; $(C_4)_0 = (C_5)_0 = 2 \cdot 10^8$ кг/см.

Из приведенной таблицы видно, что наиболее эффективным путем для отстройки рабочих оборотов двигателя от первого резонансного режима является снижение жесткости опоры 3, а для отстройки от второго резонансного режима - повышение жесткости опоры 2.

Результаты расчета перемещений и усилий в характерных точках двигателя на первом резонансном режиме, попадающем в диапазон изменения рабочих чисел оборотов роторов двигателя, представлены на рис. 3 и 4 в виде формы колебаний двигателя и эпюр перерезывающих сил и изгибающих моментов по роторам и корпусу двигателя.

Расчет перемещений и усилий позволяет оценить опасность резонансного режима с точки зрения величины прогибов роторов и возможности их касания о стенки корпуса, а также с точки зрения динамических нагрузок, возникающих

в различных элементах двигателя. Рассматриваемый резонансный режим при виброперегрузке в точке А корпуса, равной $5g$, характеризуется следующими данными:
 максимальное смещение роторов относительно корпуса равно $0,22$ мм (в месте расположения диска турбины ротора I);
 максимальная динамическая реакция возникает на опоре 3 и равна 1100 кг;
 максимальное динамическое значение напряжения изгиба возникает в роторе I и равно 220 кг/см² (в районе максимального прогиба ротора).

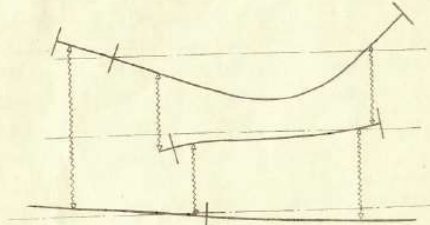


Рис. 3. Форма резонансных колебаний двухвального ГТД на оборотах $n = 8950$ об/мин.

Исследование деформаций и нагрузок отдельных элементов газотурбинных двигателей на резонансных режимах их работы указанным выше способом позволяет выявить элементы двигателя, подверженные наибольшей динамической нагрузке, и в случае необходимости предусмотреть меры по повышению их вибрационной надежности, а также более обоснованно подходить к назначению допустимых виброперегрузок в местах расположения контрольных вибродатчиков.

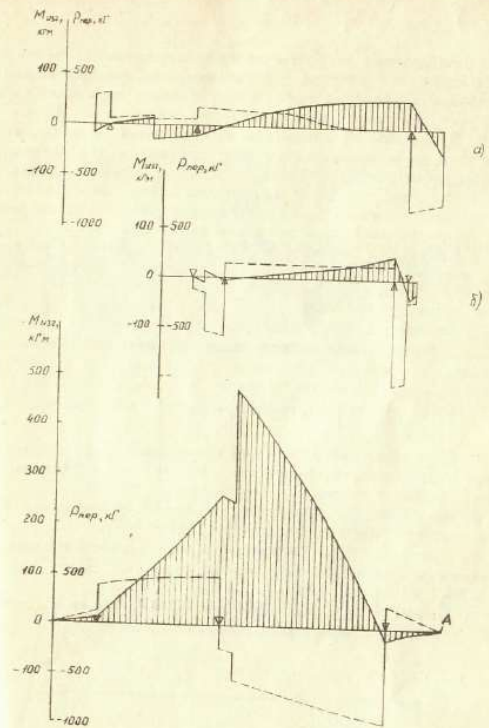


Рис. 4. Эпюры изгибающих моментов (—) и поперечных сил (---) при резонансных колебаниях двухвального ГТД на оборотах $n = 8950$ об/мин при виброперегрузке в точке А, равной $5g$:
 а — по ротору I; б — по ротору II; в — по корпусу.

ВЫВОДЫ

1. Разработан алгоритм расчета собственных частот и форм колебаний сложной упругой системы, моделирующей колебания полноразмерного газотурбинного двигателя, и составлена программа для выполнения расчетов на ЭВМ.
2. Проведены исследования зависимостей резонансных частот и форм колебаний от конструктивных параметров различных элементов двигателя, которые показали большие возможности предложенного метода для оценки динамического состояния двигателя при резонансах и для отстройки рабочих оборотов двигателя от резонансных режимов.
3. Приведены результаты по расчету одного из конкретных двигателей, иллюстрирующие изменение резонансных чисел оборотов при изменении жесткостей опор роторов, и дана оценка динамических нагрузок и деформаций по роторам, опорам и корпусу двигателя на резонансном режиме при заданном уровне виброперегрузок на корпусе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дондошанский В.К. Расчет колебаний упругих систем на электронно-вычислительных машинах. "Машиностроение", 1965.
2. Ивович В.А. Переходные матрицы в динамике упругих систем. "Машиностроение", 1968.
3. Крюков К.А. Табличный метод расчета критических угловых скоростей многодисковых роторов. Труды МАИ, вып. 55. Оборонгиз, 1956.
4. Хроник Д.В. Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов. "Машиностроение", 1970.