

Цитирование: Кутаков М.Н., Дегтярев С.А., Леонтьев М.К. Математические модели гидродинамических демпферов в задачах роторной динамики газотурбинных двигателей // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2017. Т. 16, № 1. С. 115-128. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-1-115-128.

УДК 534.282+621.452.3

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ДЕМПФЕРОВ В ЗАДАЧАХ РОТОРНОЙ ДИНАМИКИ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Кутаков М.Н.¹ Дегтярев С.А.¹, Леонтьев М.К.²,

¹ Инженерно-консультационный центр по роторной динамике турбомашин
ООО "Альфа-Транзит", г. Химки., Россия

²Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
г. Москва., Россия

Аннотация

В статье рассматриваются вопросы выбора моделей гидродинамических демпферов и методов их расчета в инженерных задачах роторной динамики газотурбинных двигателей. Целью настоящей работы является теоретическое установление критериев применения тех или иных математических моделей гидродинамических демпферов в зависимости от характеристик самого демпфера и условий работы. В статье обозначены уровни моделирования демпфера по количеству пространственных измерений: трехмерное, двухмерное, одномерное моделирование. Представлены принципы постановки граничных условий для учета торцевых уплотнений. Показаны критерии оценки необходимости учета таких факторов как турбулентность, инерция жидкости, кавитация.

Ключевые слова: трибология, гидродинамический демпфер, математическая модель, роторная динамика

Введение

Гидродинамические демпферы (ГДД) в опорах роторов авиационных газотурбинных двигателей (ГТД) получили широкое распространение. Их применение позволяет снизить уровень вибраций в конструкциях двигателей, нагрузки в подшипниковых узлах, напряжения в деталях и узлах. Существует колоссальное количество работ в области теоретического и экспериментального исследования как гидродинамики демпферов, так и в области их проектирования для роторных систем. Основные принципы проектирования и математического моделирования ГДД можно найти, например, в работах [1 - 4].

Однако, гидродинамический демпфер по-прежнему остается одним из сложных элементов роторной системы с точки зрения его проектирования, моделирования и анализа работы. И наиболее сложными, по мнению авторов настоящей статьи, являются вопросы, связанные с моделированием работы ГДД в составе модели роторной системы ГТД. На данный момент практически все программы моделирования динамики роторных систем позволяют производить расчеты роторов с демпферными опорами с большей или меньшей степенью приближения модели к физическому объекту. Однако правильное применение инструментов моделирования остается задачей инженера.

В основе модели ГДД как элемента роторной (механической) системы лежит математическая модель течения жидкости в демпферном зазоре. При этом, с одной стороны, модель демпфера должна быть максимально приближенной к физическому объекту, с другой, требовать минимальное количество вычислений для получения требуемых для моделирования роторной системы интегральных характеристик ГДД.

Гидродинамическая модель демпфера

Простой гидродинамический демпфер (рис. 1) образуется поверхностью цилиндрической втулки (вибратора), фиксируемой на наружном кольце или корпусе подшипника качения и поверхностью корпуса демпфера. Вибратор не вращается, но может совершать вместе с валом ротора прецессионное движение.

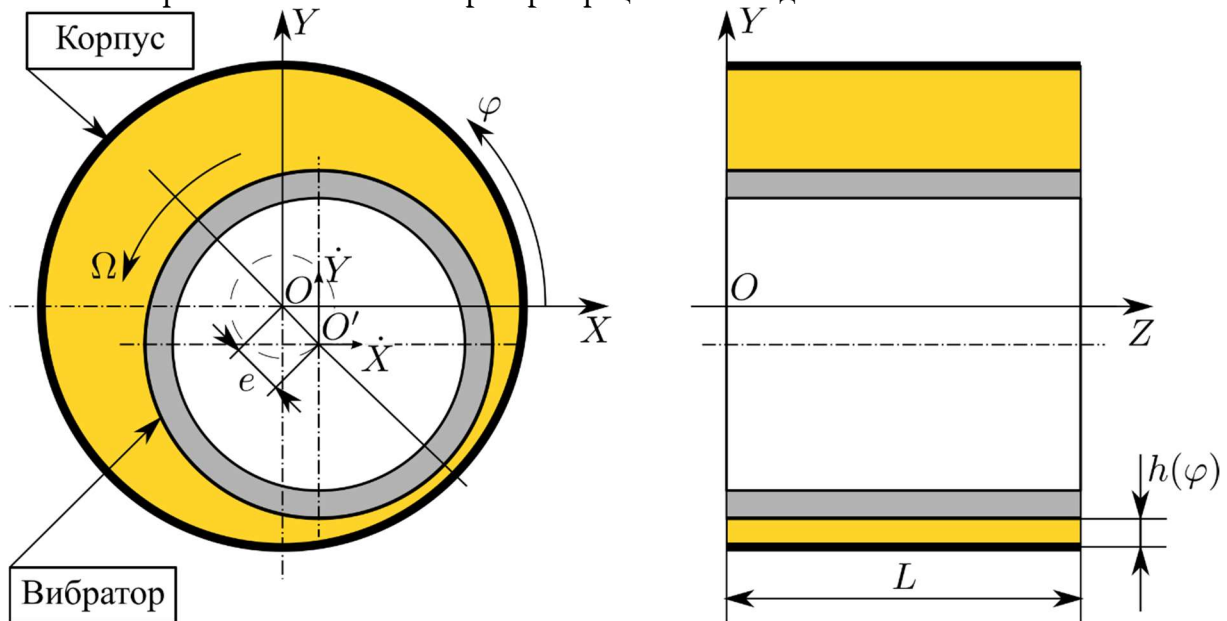


Рис. 1. Схема гидродинамического демпфера.

В общем случае движение несжимаемой жидкости при ламинарном режиме течения может быть описано системой из уравнения движения (Навье – Стокса) и уравнения неразрывности (сохранения массы), которые в векторном виде можно записать [5]

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\bar{v}) = 0; \\ \rho \frac{d\bar{v}}{dt} = -\operatorname{grad}(p) + \operatorname{div}(2\mu D) + \rho \bar{f}, \end{cases} \quad (1)$$

где \bar{v} – вектор скоростей, ρ – массовая плотность, p – статическое давление, \bar{f} – вектор массовых сил, D – тензор скоростей деформации элементарного жидкого объема.

Система (1) включает уравнения в частных производных, которые, вместе с граничными и начальными условиями, могут быть решены численно, с использованием специальных методов, например, метода конечных элементов или метода конечных объемов. [6]. Существует множество программных пакетов для решения задач гидродинамики общего назначения как коммерческих (ANSYS CFX, Fluent и т.д.), так и свободных (OpenFOAM, CodeSaturn и т.д.), которые могут быть применены для решения данной задачи. Например, авторы работы [7] произвели моделирование течения жидкости в гидродинамическом демпфере с помощью CFD пакета общего назначения ANSYS CFX. При этом для достижения приемлемой точности моделирования размерность задачи составила более миллиона степеней свободы, для современных ЭВМ не критическая, однако требующая значительного времени для выполнения вычислений. В результате была получена трехмерная картина течения жидкости в зазоре демпфера. Использование CFD пакетов общего назначения позволяет учитывать большую часть особенностей движения жидкости таких как турбулентность потока, кавитацию, температурную неравномерность, теплообмен со стенками при минимальном наборе допущений. CFD расчет является наиболее полным и потенциально точным способом моделирования течения в демпфере, доступным инженеру, но обладает основным недостатком – большим объемом требуемых вычислений.

Для упрощения задачи можно воспользоваться основным свойством гидродинамических демпферов – зазор в демпфере много меньше остальных размеров – длины окружности и ширины подшипника.

$$\varepsilon = \frac{c}{R} = \mathcal{O}(10^{-3}), \quad (2)$$

где c – номинальный радиальный зазор в демпфере, R – радиус вибратора. Рейнольдс еще в 1886 году [8] основываясь на свойстве (2), справедливом также для подшипников скольжения, и ряде допущений:

- а) жидкость несжимаема;
- б) вязкость жидкости постоянна во всем объеме;
- в) инерция жидкости не учитывается;
- г) эффекты турбулентности не учитываются,

получил уравнение, описывающее течение жидкости в зазоре подшипника скольжения, которое можно записать в полярной системе координат в виде:

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \varphi} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{2} \omega \frac{\partial h}{\partial \varphi}, \quad (3)$$

где R – радиус цапфы вала (в случае демпфера радиус вибратора), μ – динамическая вязкость жидкости, h – радиальный зазор между цапфой вала и корпусом, ω – угловая скорость вращения цапфы вала, φ, z – угловая и осевая координата. Вывод уравнения Рейнольдса из системы (1) достаточно полно описан, например, в [5].

В отличие от подшипников скольжения в демпферах цапфа вала заблокирована от вращения, следовательно, угловая скорость равна 0, и тогда:

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \varphi} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial h}{\partial t}. \quad (4)$$

Вибратор и корпус представляют собой два параллельных цилиндра, при этом перекосы осей не учитываются. Функция распределения зазора:

$$h(\varphi) = c - X \cos(\varphi) - Y \sin(\varphi), \quad (5)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\dot{X} \cos(\varphi) - \dot{Y} \sin(\varphi), \quad (6)$$

где X, Y – координаты центра вибратора, \dot{X}, \dot{Y} – скорости центра вибратора. Уравнение (4) примет вид

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \varphi} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = -\dot{X} \cos(\varphi) - \dot{Y} \sin(\varphi). \quad (7)$$

Уравнение (7) является уравнением в частных производных эллиптического типа относительно давления p . Для его решения необходима постановка граничных условий. При определении граничных условий следует обратиться к физической сущности объекта моделирования. Построим развертку простого цилиндрического демпфера рис. 2, которая представляет собой расчетную область Φ .

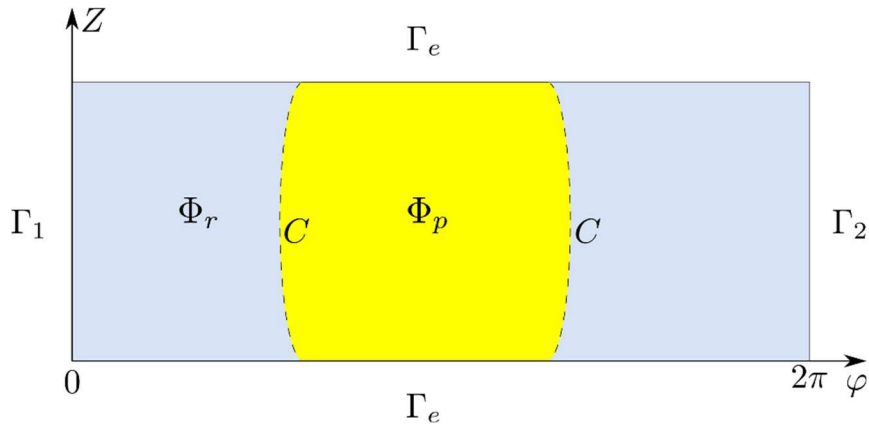


Рис. 2. Развертка расчетной области

Так как расчетная область является замкнутой, необходимо задать периодическое граничное условие на границах Γ_1, Γ_2 :

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{n}} \right|_{\Gamma_1} + \left. \frac{\partial p}{\partial \bar{n}} \right|_{\Gamma_2} = 0; \\ p_{\Gamma_1} = p_{\Gamma_2}, \end{cases} \quad (8)$$

где \bar{n} – нормаль к границе. Для определения граничных условий на торцах Γ_e , необходимо определить тип торцевых уплотнений. На рис. 3 изображены некоторые варианты торцевых уплотнений.

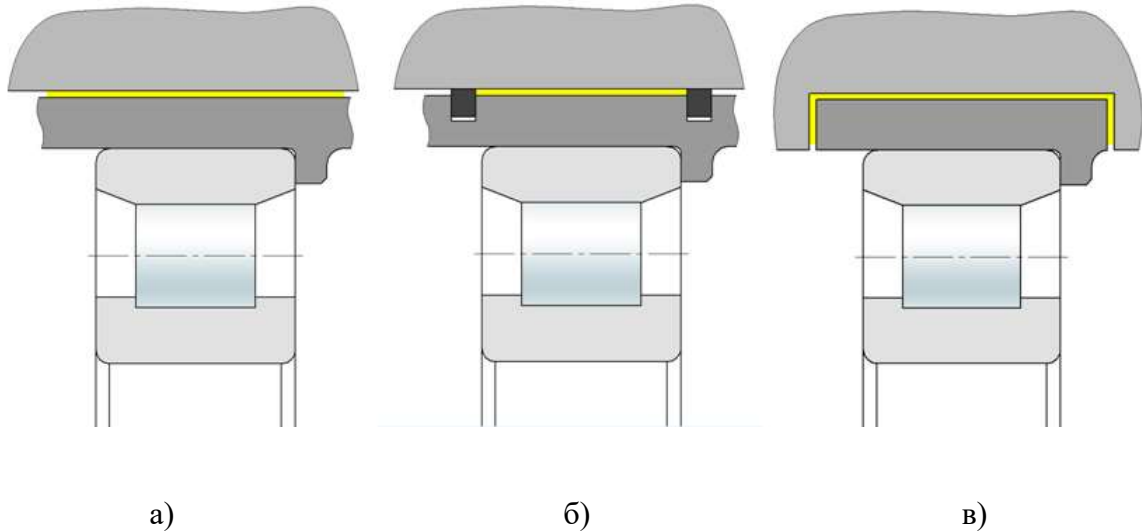


Рис. 3. Типы торцевых уплотнений демпферов: а) открытые торцы; б) поршневые кольца; в) щелевые уплотнения

Для демпфера с открытыми торцами, изображенного на рис. 3 а), граничным условием является давление окружающей среды, чаще всего нормальное атмосферное, то есть нулевое избыточное. Таким образом граничное условие можно записать:

$$p(\varphi)|_{\Gamma_e} = p_a = 0, \quad (9)$$

где p_a – давление окружающей среды. Для уплотненного демпфера, изображенного на рис. 3 б), в идеальном случае, при отсутствии утечек через торцевые уплотнения, граничное условие устанавливается в виде:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\Gamma_e} = 0. \quad (10)$$

В случае демпфера с щелевыми уплотнениями граничное условие будет выглядеть:

$$\left. \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\Gamma_e} = q, \quad (11)$$

где $q = f(p)$ – объемный расход масла через уплотнение, определяемый перепадом давления и гидравлическим сопротивлением в уплотнении. Для учета торцевых утечек через уплотнения демпфера типа б) можно применить граничное условие (11). Условий (8) - (11) достаточно для решения уравнения (7).

В реальной работе в демпферах наблюдается явление газовой и паровой кавитации. Экспериментальное исследование кавитации в демпферах представлено в работе [9]. Газовая кавитация представляет собой выделение из жидкости растворенных в ней газов при давлении в жидкости ниже равновесного давления растворенного газа. Паровая кавитация представляет собой вскипание жидкости при давлении ниже давления насыщенного пара для используемой жидкости. Чаще возникает газовая кавитация так как давление насыщенного пара для нефтяных масел находится ниже равновесного давления растворенного газа, кроме того при давлении в пленке ниже давления окружающего газа происходит прорыв газа внутрь зоны с пониженным давлением. Для учета кавитации в расчете необходимо дополнить граничные условия выражениями, которые будут определять границу зоны кавитации C .

$$C = \partial\Phi_r \cap \partial\Phi_p;$$

$$\Phi_r \overset{\Delta}{=} \{x \in \Phi \mid p(x) = 0\}; \quad (12)$$

$$\Phi_p \overset{\Delta}{=} \{x \in \Phi \mid p(x) > 0\}.$$

Обзор подходов к моделированию зоны кавитации представлен в работах [10,11]. Наиболее простым для применения является условие Гюмбеля. Предполагается, что разрыв масляной пленки происходит в зоне отрицательного давления. Решение уравнения (7) производится в расчетной области Φ , давление с отрицательным значением принимается равным 0:

$$p(x) < 0 \rightarrow p(x) = 0. \quad (13)$$

Однако условия Гюмбеля не обеспечивают сохранение объемного расхода жидкости. Условия Свифта – Штибера, в некоторых источниках именуемые граничными условиями Рейнольдса, обеспечивают сохранение объемного расхода на границе зоны кавитации:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_C = 0, \quad p(x)|_C = 0. \quad (14)$$

Условия Свифта – Штибера не обеспечивают сохранение массового расхода и определяют зону кавитации лишь приблизительно. Существуют модели кавитации,

обеспечивающие сохранение массового расхода, например, модель Якобсона–Флоберга–Ольсона, модель кавитации Элрода. Вместе с тем условия (14) получили широкое распространение в практических расчетах.

Уравнение (7) с граничными условиями (8) - (11), (13) или (14) может быть решено численным или численно-аналитическим методом, например, методом конечных разностей, конечных элементов, конечных объемов. Размерность такой задачи будет составлять от нескольких сотен до нескольких тысяч степеней свободы, что значительно ниже, чем при использовании CFD моделирования. Применение уравнения Рейнольдса справедливо только для тонких пленок, этого достаточно для большинства задач расчета демпферов, но требует отдельного учета таких элементов, как маслораспределительная канавка, так как ее глубина уже много больше зазора в демпфере. Кроме того, базовые допущения требуют понимания границ их применимости.

В гидравлическом слое может существовать гидродинамическое течение двух типов: ламинарное и турбулентное. Ламинарный режим течения обуславливается преобладанием вязких сил, которые гасят все случайные возмущения, возникающие в жидкости. Турбулентный режим наступает, когда силы инерции преобладают над силами вязкости и любое случайное возмущение усиливается потоком. Ламинарный или турбулентный режим течения характеризуется числом Рейнольдса, которое представляет собой отношение сил инерции к силам вязкости. В демпферах скорость течения в окружном направлении будет определяться сдвиговым течением вследствие движения вибратора. При этом скорость потока в окружном направлении, как правило, выше скорости потока при напорном течении в торцы. Таким образом возникновение турбулентности можно характеризовать числом Рейнольдса для сдвигового течения [3, с. 282]:

$$Re = \frac{\rho R \Omega e}{\mu}, \quad (15)$$

где Ω – циклическая частота колебаний вибратора, e – эксцентриситет вибратора. Можно считать, что ламинарный режим течения сохраняется при числе Рейнольдса ниже некоторого критического значения. Опытным путем установлено, что критическое значение числа Рейнольдса для демпфера $Re_k \approx 1200$ [3,12]. Возникновение турбулентности может существенно влиять на картину течения и должно учитываться в расчете.

Одним из способов учета турбулентности является решение модифицированного уравнения Рейнольдса, в которое вводятся корректирующие коэффициенты турбулентности k_x, k_z .

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \varphi} \left(\frac{h^3}{k_x \mu} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{k_z \mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = -\dot{X} \cos(\varphi) - \dot{Y} \sin(\varphi). \quad (16)$$

Коэффициенты k_x, k_z вычисляются в соответствии с моделями турбулентности разработанными для течения в тонких пленках:

- на основе гипотезы о пути перемешивания Прандтля разработана модель турбулентности Константинеску;
- на основе уравнений Рейхардта-Клаузера — модель Нг–Пена–Элрода;
- на основе k модели турбулентности – модель Хо–Вора;
- k – ϵ модель – Лаундер и Лесчзинер для расчета подшипников скольжения;
- эмпирические законы — теория Хирса, Блэка – Уолтона.

Для анализа учета инерции жидкости обратимся к левой части уравнения Навье-Стокса (1).

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} = \rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla \bar{v} \right) = -\text{grad}(p) + \text{div}(2\mu D) + \rho \bar{f}. \quad (17)$$

Слагаемые в скобках получили названия соответственно локальный $\rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial t}$ и конвективный $\rho \bar{v} \cdot \nabla \bar{v}$ члены инерции. Локальные силы инерции определяются ускорением массы жидкости в зазоре демпфера и при ускоренном движении вибратора могут быть существенными. Следовательно, локальные члены инерции следует учитывать в нестационарных задачах. Конвективные силы инерции определяются местным ускорением жидкости в потоке и оказывают меньшее, по сравнению с локальными силами инерции, влияние на работу демпфера [3], однако их учет оправдан в стационарных задачах, где локальные силы инерции малы, но при достаточно высокой частоте вращения и в случае применения маловязких жидкостей [1].

В [5] для подшипников скольжения вводятся два параметра, которые служат для определения влияния учета инерции жидкости на получаемый результат. Это приведенная частота Ω_* и приведенное число Рейнольдса R_ε :

$$R_\varepsilon = \left(\frac{c}{R} \right) Re, \quad (18)$$

$$\Omega_* = \frac{c^2 \Omega \rho}{\mu}. \quad (19)$$

На основе анализа порядков величин в уравнении (1) для случая течения в тонких пленках, получено, что учет инерции оказывает влияние на результат при $\Omega_* > 1$ и $R_\varepsilon > 1$. При этом можно выделить три основных случая:

- 1) $R_\varepsilon / \Omega_* \rightarrow 0$, $\Omega_* > 1$ – требуется учет только локального члена инерции;
- 2) $\Omega_* / R_\varepsilon \rightarrow 0$, $R_\varepsilon > 1$ – требуется учет только конвективного члена инерции;
- 3) $\Omega_* / R_\varepsilon \rightarrow O(1)$, $R_\varepsilon > 1$ – требуется учет обоих членов инерции.

В демпферах, вследствие отсутствия вращения цапфы, R_ε и Ω_* являются по сути одним и тем же числом. В других источниках [1] этот параметр получил название параметр инерции, в [13] число Рейнольдса для тонкой пленки (англ. squeeze film Reynolds number).

При решении системы (1) инерционные силы учитываются автоматически. Задача сведения системы (1) к уравнению типа (4) при учете конвективного члена инерции жидкости является сложной. Существуют различные способы учета конвективных сил инерции, например, методом осреднения скоростей по толщине слоя [5, с. 213], однако в настоящей статье они не рассматриваются. Локальный член инерции можно учесть в правой части уравнения Рейнольдса [13]:

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \varphi} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial h}{\partial t} + \left(\frac{\rho h^2}{12\mu} \right) \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}. \quad (20)$$

Опираясь на анализ экспериментальных данных, авторы [1] отмечают, что учет конвективных членов инерции жидкости необходимо производить при $\Omega_* > 10$.

В демпферах температурная неравномерность в масляном слое зависит главным образом от двух факторов: соотношение тепловыделения вследствие диссипации механической энергии в масляном слое с расходом масла через демпферный зазор, температурная неравномерность корпуса демпфера вследствие внешнего подогрева. В проточных демпферах и демпферах с щелевыми уплотнениями значительная часть генерируемого тепла уносится маслом, протекающим через демпфер. В уплотненных демпферах расход масла невелик и температурная неравномерность в масляной пленке может иметь место. Учет температурной неравномерности требует дополнительного решения уравнения сохранения энергии, которое в свою очередь значительно усложнит решение задачи. Вместе с тем, согласно оценкам [1] в проточных демпферах отсутствие учета температурной неравномерности приводит к погрешностям около 5%, для уплотненных демпферов погрешность может достигать 60% при больших значениях эксцентриситетов. Температурная неравномерность корпусов и вибратора может быть определена из соответствующего теплового расчета и также окажет влияние на течение в зазоре, но в этом случае необходимо оценивать соотношение теплопередачи между корпусом и масляным слоем и количеством тепла, уносимого маслом, прокачиваемым через демпфер. В итоге, при анализе демпферов с открытыми торцами температурной неравномерностью можно пренебречь, для демпферов с уплотнениями может потребоваться дополнительный тепловой анализ. Для уплотненных демпферов погрешности без учета тепловой неравномерности в неблагоприятном случае не превысят 60%, что может оказаться приемлемым для некоторых типов задач. Учет тепловых эффектов в демпферах представляет собой отдельную задачу и в данной работе не рассматривается. Однако при моделировании демпфера необходимо оценить среднюю температуру в масляном слое для правильного задания динамической вязкости жидкости.

Уравнение (4) не может быть решено аналитическим способом в общем виде, но существуют задачи, в которых время решения уравнения может иметь важное значение. Для получения аналитических выражений распределения давления в демпферном зазоре вводятся дополнительные допущения, которые можно считать справедливыми в определенных условиях. Таких допущений два. В одном случае, можно считать, что градиент давления в окружном направлении существенно превышает градиент давления в осевом, тогда величиной $\partial p / \partial z$ можно пренебречь. Такое допущение называется моделью «длинного» демпфера, оно справедливо при соотношении $L/D \geq 2$ [7], где L – длина вибратора, D – диаметр вибратора. Для «длинного» демпфера уравнение Рейнольдса примет вид:

$$\frac{\partial}{R^2 \partial \varphi} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) = \frac{\partial h}{\partial t} + \left(\frac{\rho h^2}{12\mu} \right) \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}. \quad (21)$$

Другим допущением является малость градиента давления в окружном направлении в сравнении с осевым, такая модель получила название модель «короткого» демпфера, которая применима при $L/D \leq 0.5$ и относительном эксцентриситете $\varepsilon \leq 0.75$ [14]. Уравнение Рейнольдса в этом случае имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial h}{\partial t} + \left(\frac{\rho h^2}{12\mu} \right) \frac{\partial^2 h}{\partial t^2}. \quad (22)$$

Уравнения (21) и (22) могут быть решены аналитически совместно с граничными условиями (8) - (11). Важно отметить, что границы параметра L/D соответствуют демпферам без торцевых уплотнений рис. 3 а), либо эквивалентным. Подробнее этот аспект рассмотрен в [2]. Демпферы с торцевыми уплотнениями рис. 3 б) в первом приближении можно считать «длинными» независимо от отношения L/D , так как при отсутствии торцевых утечек градиент давления в направлении оси z равен 0. Наличие круговой маслораспределительной канавки приводит к появлению значительного градиента давления в осевом направлении и такой демпфер можно считать «коротким». Для демпфера с щелевыми уплотнениями рис. 3 в) выявить границы применимости аналитических уравнений достаточно сложно, так как расход масла через уплотнения и градиент давления в осевом направлении существенно зависят от величины зазора в щели и ее длины. Для демпферов с щелевыми уплотнениями целесообразно решать уравнение Рейнольдса в двухмерной постановке.

Модели «короткого» и «длинного» демпфера, основанные на таких же подходах для подшипника скольжения, имеют ограничения по соотношению L/D и не предназначены для применения в диапазоне $0.5 < L/D < 2$. В этом случае необходим расчет демпфера конечной длины. Для демпферов конечной длины всегда можно решить двухмерное уравнение Рейнольдса, в котором автоматически будут учтены эффекты как кругового течения, так и течения в торцы, что даст потенциально более точные результаты по сравнению с одномерными моделями. В книге [1] приводятся способы аналитического учета инерции жидкости, кавитации и турбулентности для «короткого» и «длинного» демпфера.

Важным аспектом является вопрос учета зоны кавитации в аналитическом решении уравнений (21) и (22). Применение условий Свифта-Штибера является нетривиальной задачей, поэтому на практике, для аналитических моделей, ограничиваются условиями Гюмбеля (так называемая « π - пленка») – половинный охват вибратора смазкой, и условиями Зоммерфельда (так называемая « 2π - пленка») – полный охват демпфера смазкой, при отсутствии зоны кавитации. При моделировании демпфера инженеру предстоит самостоятельно определить тип модели кавитации « π - пленка» или « 2π - пленка», другими словами – присутствует в демпфере достаточно значимая зона кавитации или нет. В закрытых демпферах с высоким давлением подачи масла возникновение зоны кавитации возможно при более высокой скорости движения вибратора и больших эксцентриситетах, чем в открытых демпферах при низком давлении подачи масла. Возникновение и размер области кавитации зависят от давления подачи масла, наличия торцевых уплотнений, скорости и эксцентриситета вибратора. Оценить возникновение кавитации можно по некоторым количественным характеристикам. Такие параметры позволяют приблизительно оценить возможность возникновения кавитации в демпфере. В книге [1] на основе аппроксимации численных расчетов на ЭВМ получены параметры кавитации для некоторых типов демпферов как функции от эксцентриситета и безразмерного параметра подачи масла и только для круговых орбит прецессии вибратора.

$$\begin{aligned} A_{\dot{\epsilon}} &= 1 + (3.76(1 - \epsilon)^{1.51} \exp[2.89(1 - \epsilon)]) \bar{P}_{\dot{\epsilon}}, \\ B_{\dot{\epsilon}} &= 1 - (10.2(1 - \epsilon)^{2.24} \exp[1.88(1 - \epsilon)]) \bar{P}_{\dot{\epsilon}}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} A'_{\dot{\epsilon}} &= 1 + (1.1(1 - \epsilon)^{1.17} \exp[3.17(1 - \epsilon)]) \bar{P}_{\dot{\epsilon}}, \\ B'_{\dot{\epsilon}} &= 1 - (5.84(1 - \epsilon)^{2.41} \exp[0.89(1 - \epsilon)]) \bar{P}_{\dot{\epsilon}}, \end{aligned} \quad (24)$$

$$A_{\bar{A}} = 1 + 4 \times 10^{-5} (1 - \varepsilon)^{6.12} \exp[12.9(1 - \varepsilon)] \bar{P}_N^{0.9}, \quad \text{ïðè } 0 < \varepsilon < 0.5;$$

$$A_{\bar{A}} = 1 + (2.76 - 2.45\varepsilon) \bar{P}_N^{0.75}, \quad \text{ïðè } 0.5 < \varepsilon < 0.9,$$
(25)

где $A_{\bar{E}}, B_{\bar{E}}$ – параметры кавитации «короткого» непроточного демпфера, A'_e, B'_e – параметры кавитации «короткого» проточного демпфера, $A_{\bar{A}}$ – параметр кавитации «длинного» демпфера, $\varepsilon = e/c$ – безразмерный коэффициент, $\bar{P}_e = \bar{P}_N (R/L)^2$ – безразмерный параметр подачи масла, $\bar{P}_N = \bar{P}_i - \bar{P}_i$, \bar{P}_i – безразмерное давление подачи масла, \bar{P}_i – безразмерное давление насыщенных паров. Безразмерное давление вычисляется по формуле:

$$\bar{P} = \frac{c^2 P}{12 \mu \Omega R^2}.$$
(26)

При $A_{\bar{E}} (A_{\bar{A}}) \geq 2$ кавитации не происходит и можно пользоваться теорией полного охвата (2π пленка), при $A_{\bar{E}} (A_{\bar{A}}) \leq 1.1$ можно пользоваться теорией половинного охвата (π пленка). При $1.1 < A_{\bar{E}} (A_{\bar{A}}) < 2$ необходимо производить учет кавитации аналитически по методике изложенной в [1], либо производить численное решение двухмерного уравнения Рейнольдса с граничными условиями Свифта – Штибера, либо более сложными моделями для определения границ зоны кавитации.

На основе информации приведенной в статье, можно выделить 3 уровня моделирования течения в демпферном зазоре:

- 1) Трехмерное моделирование течения с учетом максимального количества факторов при помощи специальных или универсальных программных CFD пакетов. Плюсами такого подхода являются возможность получения подробной картины течения для выбранного режима работы демпфера. Минусом такого подхода является большой объем вычислений.
- 2) Двухмерное моделирование с использованием уравнения Рейнольдса, модифицированного для учета тех или иных дополнительных факторов или без них. Преимущества: значительно сниженный по сравнению с 1) объем вычислений при достаточно справедливых допущениях. Недостатки: принятые допущения ограничивают применимость модели только течением в тонких пленках, и как следствие, приводят к появлению необходимости специального учета камер, карманов подвода масла, маслораспределительных канавок. Достаточно сложный механизм учета инерции жидкости. Простота, в смысле воспроизведения физической сущности, моделей турбулентности.
- 3) Одномерное уравнение Рейнольдса. Плюсы: аналитическое решение для поля давления. Минимальное количество вычислений. Минусы: жесткие границы применимости, меньшая по сравнению с 1) и 2) достоверность физической модели, плюс все недостатки присущие способу 2) по-прежнему остаются.

Критерии применимости математических моделей

Как показано в предыдущем подразделе, усложнение математической модели течения жидкости в зазоре демпфера неминуемо ведет к росту размерности задачи и

времени необходимого для ее решения. При этом, в силу определенных свойств течения в тонких пленках, подробный учет тех или иных факторов при моделировании может оказаться неэффективным вследствие низкой степени влияния таких факторов на конечный результат. Для удобства границы применимости одномерных моделей и критерии учета влияющих факторов сведены в табл. 1.

Таблица 1. Границы применимости математических моделей

Режим течения		
Ламинарный	Турбулентный	
$Re < 1200$	$Re > 1200$	
Метод расчета		
«Короткий» демпфер	Демпфер конечной длины	«Длинный» демпфер
$L/D \leq 0.5$ $\varepsilon \leq 0.75$	$0.5 < L/D < 2$	$L/D \geq 2$
Учет сил инерции		
Конвективный член	Локальный член	
$\Omega_* > 10$	$\Omega_* > 1$, нестационарная задача	
Учет кавитации		
« π - пленка»	Специальный учет	« 2π - пленка»
$A_{\hat{E}}(A_{\hat{A}}) \leq 1.1$	$1.1 < A_{\hat{E}}(A_{\hat{A}}) < 2$	$A_{\hat{E}}(A_{\hat{A}}) \geq 2$

Используя табл. 1, можно определить возможность применения аналитических моделей демпфера, либо необходимость использования более точных численных решений. Указанные выше границы применения одномерных и двухмерных моделей течения жидкости, учета эффектов турбулентности и инерции жидкости, определены из вводимых допущений моделирования, либо получены опытным путем.

Заключение

В статье рассмотрены математические модели гидродинамических демпферов различных типов, построенные, как на базе одномерных, так и двухмерных уравнений течения жидкости Рейнольдса. Показаны границы применимости этих моделей в задачах роторной динамики ГТД.

Очевидно, что с точки зрения временных затрат, применение моделей, построенных на аналитических решениях одномерных уравнений Рейнольдса, существенно более выгодно по сравнению с моделями, реализующих двухмерные уравнения, и требующих численных методов их решения. В последнем случае время расчета даже простейших роторных систем, может увеличиться на несколько порядков. В то же время в ряде случаев приходится их использовать, так как аналитические модели ГДД могут выходить за границы их применимости и привести к ошибочным результатам.

В статье обозначены критерии, которыми может воспользоваться инженер, при выборе модели демпфера конкретной конструкции и построении общей модели роторной системы.

Библиографический список

1. Белоусов А.И., Балякин В.Б., Новиков Д.К. Теория и проектирование гидродинамических демпферов опор роторов/ Под ред. А.И. Белоусова. Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2002. 335 с.

2. Леонтьев М. К. Конструкция и расчет демпферных опор роторов ГТД: Учебное пособие. М.: Изд-во МАИ, 1998. 44 с.
3. Сергеев С. И. Демпфирование механических колебаний. М: Гос. изд-во физико-математической литературы, 1959. 408 с.
4. Zeidan F. Y., San Andres L., Vance J. M. Design and application of squeeze film dampers in rotating machinery // Proceedings of the 25th Turbomachinery Symposium. 1996. P. 169-188.
5. Szeri A. Z. Fluid film lubrication. - 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. 547 p.
6. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т. 1: Пер. с англ. М.: Мир, 1991. 504 с.
7. Dousti S., Gerami A., Dousti M. A numerical CFD analysis on supply groove effects in high pressure, open end squeeze film dampers // International Journal of Engineering Innovation and Research. 2016. V. 5(1). P. 80-89.
8. Reynolds O. On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil // Proceedings of the Royal Society of London. 1886. V. 40, no. 242–245. P. 191–203.
9. Zeidan F. Y., Vance J. M. Cavitation Effects on the Pressure Distribution of a Squeeze Film Damper Bearing // Proceedings of the Texas A&M Workshop on Rotordynamic Instability Problem in High – Performance Turbomachinery. 1988. P. 111-132.
10. Dowson D., Taylor C. M. Cavitation in bearings // Annual Review of Fluid Mechanics. 1979. Vol. 11, no. 1. P. 35–65.
11. San Andrés L. Modern Lubrication Theory. Notes 6: Cavitation in Liquid Film Bearings. Texas A&M University Digital Libraries, 2010. P. 15. <http://repository.tamu.edu/handle/1969.1/93197>
12. Nelson C. C. The effect of turbulence and fluid inertia on a squeeze film bearing damper // AIAA, SAE, and ASME, Joint Propulsion Conference, 16 th, Hartford, Conn, 1980. P. 5.
13. San Andrés L. Modern Lubrication Theory. Notes 13: Squeeze Film Dampers: Operation, Models and Technical Issues. Texas A&M University Digital Libraries, 2010. P. 22. <http://repository.tamu.edu/handle/1969.1/93197>
14. San Andrés L. Modern Lubrication Theory. Notes 4: Static Load Performance of Plain Journal Bearings Texas A&M University Digital Libraries, 2010. P. 15. <http://repository.tamu.edu/handle/1969.1/93197>

Информация об авторах

Кутаков Максим Николаевич, инженер-программист, Инженерно-консультационный центр по роторной динамике турбомашин ООО "Альфа-Транзит". E-mail: maxim.kutakov@alfatran.com. Область научных интересов: роторная динамика, вычислительная гидродинамика.

Дегтярев Сергей Александрович, руководитель направления разработки средств моделирования, Инженерно-консультационный центр по роторной динамике турбомашин ООО "Альфа-Транзит". E-mail: degs@alfatran.com. Область научных интересов: роторная динамика, вибрационная диагностика.

Леонтьев Михаил Константинович, доктор технических наук, профессор кафедры 203 «Конструкция и проектирование двигателей», Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). E-mail: lemk@alfatran.com. Область научных интересов: проектирование конструкций газотурбинных двигателей, прочность, роторная динамика, вибрационная диагностика.

MATHEMATICAL MODELS OF SQUEEZE FILM DAMPER IN ROTOR DYNAMICS OF GAS TURBINE ENGINES

Kutakov M.N.¹, Degtiarev S.A.¹, Leontiev M.K.²,

¹Engineering & consulting centre for dynamic problems in rotating machinery
Alfa-Tranzit., Co. Ltd., Khimky, Russia

²Moscow aviation institute (national research university), Moscow, Russia

The papers focuses the choice of mathematical models of squeeze film dampers and methods their numerical implementations for gas turbine engines rotor dynamics problems. The present contribution is aimed to establish criteria when or another squeeze film damper formulation should be used, depending on the damper characteristics and operating conditions. The models are grouped by the dimension of the considered physical space, i.e. three-dimensional, two-dimensional and one-dimensional modelling patterns. The work presents the boundary conditions for mechanical seals to be adequately simulated. The numerical estimates for necessity of taking into account such physical phenomena as turbulence, fluid inertia, and cavitation are disclosed. The presented mathematical models are primarily developed for the computation of the integral characteristics of squeeze film dampers, such as reaction forces and dynamic stiffness and damping coefficients, required for solving rotor dynamics problems.

References

1. Belousov A.I., Balyakin V.B., Novikov D.K. *Teoriya i proektirovanie gidrodinamicheskikh dempferov opor rotorov* [Theory and Design of hydrodynamic dampers in rotor supports]. Samara: Samara Scientific Center of RAS Publ., 2002. 335 p.
2. Leontev M. K. *Konstruktsiya i raschet dempfernykh opor rotorov GTD: Uchebnoe posobie* [Design and calculation of GTE rotors damper supports: Textbook]. Moscow: Moscow Aviation Institute Publ., 1998. 44 p.
3. Sergeev S. I. *Dempfirovaniye mekhanicheskikh kolebaniy* [Damping of mechanical vibrations]. Moscow: The State Publishing House of Physical and Mathematical Literature, 1959. 408 p.
4. Zeidan F. Y., San Andres L., Vance J. M. Design and application of squeeze film dampers in rotating machinery. *Proceedings of the 25th Turbomachinery Symposium*. 1996. P. 169-188.
5. Szeri A. Z. *Fluid film lubrication*. - 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2011. 547 p.
6. Fletcher C. A. *Computational techniques for fluid dynamics. Volume 1-Fundamental and general techniques*. Berlin and New York: Springer-Verlag, 1988. 418 p. (Russ. ed: Fletcher C. *Vychislitel'nye metody v dinamike zhidkostey*. Vol. 1. Moscow: Mir Publ., 1991. 504 p.)
7. Dousti S., Gerami A., Dousti M. A numerical CFD analysis on supply groove effects in high pressure, open end squeeze film dampers. *International Journal of Engineering Innovation and Research*. 2016. V. 5(1). P. 80-89.
8. Reynolds O. On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. *Proceedings of the Royal Society of London*. 1886. V. 40, no. 242-245. P. 191-203.
9. Zeidan F. Y., Vance J. M. Cavitation Effects on the Pressure Distribution of a Squeeze Film Damper Bearing. *Proceedings of the Texas A&M Workshop on Rotordynamic Instability Problem in High - Performance Turbomachinery*. 1988. P. 111-132.
10. Dowson D., Taylor C. M. Cavitation in bearings. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1979. Vol. 11, no. 1. P. 35-65.

11. San Andrés L. *Modern Lubrication Theory*. Notes 6: Cavitation in Liquid Film Bearings. Texas A&M University Digital Libraries, 2010. P. 15. Available at: <http://repository.tamu.edu/handle/1969.1/93197> (accessed 11.05.2016).
12. Nelson C. C. The effect of turbulence and fluid inertia on a squeeze film bearing damper. *AIAA, SAE, and ASME, Joint Propulsion Conference, 16 th*, Hartford, Conn, 1980. P. 5.
13. San Andrés L. *Modern Lubrication Theory*. Notes 13: Squeeze Film Dampers: Operation, Models and Technical Issues. Texas A&M University Digital Libraries, 2010. P. 22. Available at: <http://repository.tamu.edu/handle/1969.1/93197> (accessed 11.05.2016).
14. San Andrés L. *Modern Lubrication Theory*. Notes 4: Static Load Performance of Plain Journal Bearings. Texas A&M University Digital Libraries, 2010. P. 15. Available at: <http://repository.tamu.edu/handle/1969.1/93197> (accessed 11.05.2016).

Information about authors

Kutakov Maksim N., research engineer, Engineering & consulting centre for dynamic problems in rotating machinery Alfa-Transit, Co. Ltd. E-mail: maxim.kutakov@alfatran.com. Area of scientific interests: rotor dynamics, computational fluid dynamics.

Degtiarev Sergey A., development team leader, Engineering & consulting centre for dynamic problems in rotating machinery Alfa-Transit, Co. Ltd. E-mail: degs@alfatran.com. Area of scientific interests: rotor dynamics, vibrational diagnostics.

Leontiev Mikhail K., Doctor of science (Technical), Professor of 203 department «Construction and design of engines», Moscow aviation institute (national research university). E-mail: lemk@alfatran.com. Area of scientific interests: designing of aviation engines constructions, strength of constructions, rotor dynamics, vibrational diagnostics.