

## - Теоретические модели жесткости подшипников качения ГТД



### Введение

В задачах роторной динамики ГТД одной из важнейших является задача определения жесткости опорных узлов роторов, которая определяется узлами и деталями, передающими нагрузки от ротора к корпусу. Среди этих узлов находятся подшипники качения, существенно влияющие на жесткостные свойства опорного узла [1].

Перечислим основные факторы, от которых зависят жесткостные свойства подшипников. Среди них: геометрия подшипников, задающая размеры колец и тел качения, зазоры в подшипниках, радиусы кривизн беговых дорожек и их центров, форма тел качения; нагрузки на подшипники со стороны ротора, которые могут меняться в процессе работы: сила веса, центробежные и гироскопические силы, осевые силы; температурные условия работы подшипников; физико-механические свойства материалов, из которых изготовлены детали подшипников.

Для определения жесткостных свойств подшипников в основном используются различного рода теоретические модели. Большинство из них строятся в предположении линейности характеристик подшипников качения. Однако на подшипники, как уже было отмечено, действуют температуры и нагрузки, существенным образом зависящие от режимов работы, меняющие свойства подшипников. Необходимо также учесть, что подшипник работает в окружении элементов, локальная податливость которых в контактных поверхностях с кольцами подшипников (цапфа вала и корпус подшипника) обычно не учитывается, но которая может изменить реакции в подшипнике

С учетом всего сказанного подшипники качения надо рассматривать как нелинейный элемент при подготовке моделей роторных систем, и в которой подшипники описываются полной матрицей жесткости.

Получение полной матрицы жесткости размерностью  $5 \times 5$  и ее использование в роторной динамике ГТД является достаточно сложной задачей, поэтому инженеры часто

используют только некоторые ее коэффициенты. В простейшем, но в то же время наиболее распространенном случае в задачах роторной динамики из полной матрицы жесткости подшипника используется только коэффициент радиальной жесткости как наиболее влияющий на динамику ротора. Коэффициенты можно получить из справочников по подшипникам, рассчитать по имеющимся полуэмпирическим формулам, получить из МКЭ модели, нагружая подшипник силой и определяя возникающие перемещения, из специализированных программ, рассчитывающих динамику подшипника и позволяющих рассчитывать полные матрицы жесткости с учетом режимов и т.д.

Цель настоящего обзора рассмотреть работы, в которых рассматриваются вопросы определения жесткостных характеристики подшипниковых узлов, но только некоторые - те, в которых рассматриваются соответствующие методики, приводится их оценка, и которые предлагаются для практического использования в задачах роторной динамики

### **Жесткостные свойства подшипников качения**

В справочном пособии под редакцией Спицына и Спришевского [2] приводятся формулы для расчета деформаций и напряжений в условиях точечного и линейного контакта двух соприкасающихся тел. Используется теория Герца. Однако эти формулы можно использовать только для определения контактной жесткости. При этом в подшипниках, где в контакте находится большое количество тел качения, необходимо дополнительно решать задачу о распределении внешней нагрузки между телами качения и определять наиболее нагруженное из них. Решение герцевской задачи также представлено в справочном пособии под редакцией Бейзельмана [3] и др. На базе теории Герца решаются задачи и об определении деформаций, напряжений и жесткости подшипников с учетом зазоров в подшипнике - работы Рагульскиса [4], Харисса [1] и другие. На основе этих методик создаются модели и алгоритмы для расчета подшипников как динамических систем с двумя степенями свободы [5]. Вместе с тем на жесткость подшипников существенное влияние оказывают силы веса, радиальные и осевые нагрузки, меняющие условия работы тел качения в подшипниках. В этом случае требуется применять модели с пятью степенями свободы, учитывающими все виды перемещений колец и тел качения.

В литературе можно найти готовые формулы для определения коэффициентов радиальной жесткости. В работе Palmgren [6] и Gargulio [7] приводятся эмпирические формулы для оценки радиального коэффициента жесткости ряда подшипников в предположении жестких колец подшипников.

Для радиально-упорного подшипника:

$$\begin{aligned} \delta &= 46,2E-06 \sqrt[3]{\frac{F^2}{DZ^2 \cos^5 \alpha}}, \\ K &= 0,0325E06 \sqrt[3]{DFZ^2 \cos^5 \alpha}, \\ F &= \frac{Z\sqrt{D\delta^3 \cos^5 \alpha}}{3,14E-07}. \end{aligned} \quad (1)$$

Для радиального роликового подшипника для малых и средних частот вращения с контактом по всей длине ролика для обеих дорожек качения радиальная жесткость  $K_{xx} = K_{yy}$  может быть получена с использованием следующей формулы:

$$\begin{aligned} \delta &= 3,71E-06 \frac{F^{0,9}}{L^{0,8}Z^{0,9} \cos^{1,9} \alpha}, \\ K &= 0,300E06 F^{0,1} L^{0,8} Z^{0,9} \cos^{1,9} \alpha, \\ F &= \frac{Z\delta^{\frac{10}{9}} L^{\frac{8}{9}} \cos^{\frac{19}{9}} \alpha}{9,246E-07}. \end{aligned} \quad (2)$$

В этих формулах  $\delta$  - радиальное перемещение;  $K$  - радиальная жесткость;  $F$  - внешняя радиальная сила;  $D$  - диаметр шарика;  $Z$  - число тел качения;  $L$  - эффективная длина ролика;  $\alpha$  - угол контакта.

Эти формулы достаточно популярны и используются в ряде программ роторной динамики для приближенной оценки жесткости подшипников, например, в программе DuRoBeS, широко используемой в США и ряде других стран. Однако эти формулы не учитывают изменение осевой силы по режимам, условия установки колец подшипника в опоре, температурные факторы и т.д.

Численные значения жесткости подшипников в различных работах обычно приводятся для конкретных подшипников, находящихся в определенных условиях нагружения, и редко как некоторые осредненные по типам. К работе, где приведены осредненные значения податливости подшипников качения в зависимости от типа подшипников и размера посадочного диаметра на вал, относится справочник [8], табл. 1 – Жесткость подшипников качения (податливости пересчитаны в значения жесткости).

Таблица 1 – Жесткость подшипников качения

Диаметр шейки вала, мм	$K_{xx} * 10^9, \text{ Н/м}$	
	Шариковый	Роликовый
30-55	0.138 - 0.125	0.238 - 0.182
60-100	0.2 - 0.182	0.4 - 0.357

Следует отметить, что в справочнике отсутствуют условия, для которых были определены коэффициенты податливости. Поэтому этих данных явно недостаточно для определения упругих характеристик подшипников в задачах роторной динамики: их стоит использовать только для предварительных расчетов.

Использование МКЭ программ позволяет определять жесткость подшипника в различных условиях силового и температурного нагружения. Однако за этим стоит большая работа по созданию модели подшипника для решения контактной задачи, анализ которой в большинстве случаев требует значительных вычислительных мощностей [9], [10], [11]. Полученные значения используются также для валидации методик и моделей, позволяющих получать жесткостные характеристики подшипников в различных условиях аналитическими методами.

К работам, в которых предложены такие методики расчета и которые рассматривают подшипники как динамические системы с 5-ю степенями свободы, относятся, например, труды [12], [13]. На их базе создаются специальные программные комплексы, в которых можно рассчитывать жесткостные свойства различных типов подшипников, которые органично соединены с программами роторной динамики, например пакет Cobra [12]. Эта программа рассчитывает до пяти различных типов подшипников, нагруженных радиальными, осевыми силами и моментами. Она учитывает предварительное нагружение, перекосы, смещения, зазоры и другие факторы. Результатами являются перемещения и деформации, распределения напряжений в деталях подшипника, углы контакта, долговечность подшипника и т.д. Матрицы жесткости, получаемые для таких подшипников по режимам, полностью заполненные. Эти характеристики могут быть в дальнейшем использованы в квазилинейном анализе роторной системы. К такому же типу программных средств можно отнести программу Bearing компании FAG [14]. В работах [15], [16] показано, как эти же методики могут быть использованы и для определения напряжений в элементах подшипника их долговечности.

Среди зарубежных пакетов роторной динамики, включающих такие модули в свой состав, можно выделить XLrotor [17], ARMD [18] и другие. Среди российских программ, предназначенных для решения задач роторной динамики с определением жесткости подшипников - программа DYNAMICS R4 [19]. Она позволяет учесть большое количество действующих на подшипники факторов, смоделировать различные режимы работы, меняющиеся нагрузки. Результатами работы программы являются линейные и угловые перемещения, деформации, жесткости подшипников, напряжения и другие параметры.

Задачи роторной динамики в этой программе могут решаться как в линеаризованной, так и в нелинейной постановках.

Следует отметить, что большинство авторов, разрабатывая модели подшипников для использования в задачах роторной динамики, не учитывают жесткостные свойства колец подшипников. В основе такого подхода лежит допущение о том, что кольца подшипников устанавливаются в корпус или на вал без зазоров, а корпус подшипника и вал принимаются абсолютно жесткими. В этом случае податливость колец нулевая и общая податливость подшипников определяется зазором в подшипниках, количеством тел качения и другими ранее отмеченными факторами.

Однако нельзя принимать, что податливость колец в реальности не влияет на общую податливость узла, где установлен подшипник. Это связано с тем, что обычно наружное кольцо подшипника устанавливается в корпус с зазором, кроме того, присутствуют локальные податливости корпуса подшипника и вала в месте установки внутреннего кольца. В первом случае кольцо меняет свою форму при нагружении радиальной силой, а следовательно податливость кольца участвует в общей податливости подшипника, во втором случае общая податливость подшипника будет зависеть как от податливостей корпуса и вала, так и податливости колец

Ранней работой в этом направлении является [20]. В ней анализируется влияние на жесткостные характеристики подшипника податливости колец и корпуса, а также зазора между наружной обоймой и корпусом в различных условиях нагружения. Показано, что эти эффекты могут быть достаточно существенными. Авторы приводят алгоритм учета податливости колец.

В работе [21] говорится о влиянии зазора и податливости колец на жесткость подшипника, а также предлагается некая модель определения ее линеаризованного значения, Рисунок 1.

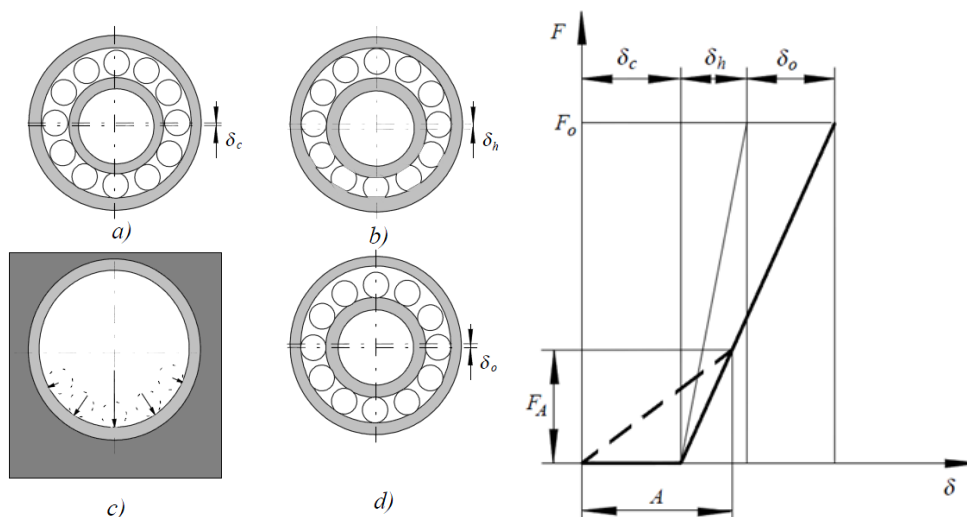


Рисунок 1 – Учет зазора и податливости кольца в общей жесткости подшипника

На этом рисунке  $\delta_c$  - зазор между внутренним и наружным кольцом;  $\delta_h$  - герцевская деформация от радиальной силы;  $\delta_o$  - деформация от овализации колец подшипника. Авторы приводят простейшую формулу для определения линеаризованной жесткости подшипника:

$$k_A = \frac{F}{A} = \frac{F_0(A - \delta_0)}{A(\delta_h + \delta_0)}. \quad (3)$$

Следует отметить, что такая постановка требует предварительных оценок перемещений и деформаций и дает только один коэффициент матрицы жесткости.

Одними из последних работ, где достаточно подробно исследуются перечисленные эффекты, а также приводятся результаты сравнения различных методов определения податливости подшипников качения, являются статьи [22] и [23] одних авторов. Мотивацией к этим работам послужило то, что существующие теоретические модели дают существенно разные оценки жесткости подшипников качения, Рисунок 1.

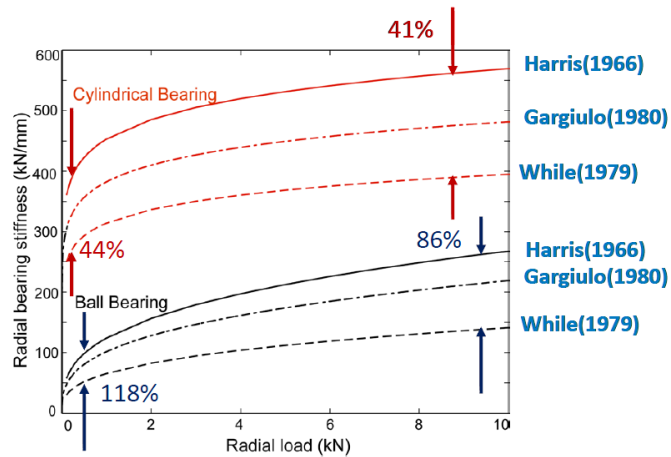


Рисунок 1 – Сравнение различных методик по определению жесткости подшипников

Исследования проводились в конечно-элементной программе. Особое внимание было уделено выбору сетки и ее шага, чтобы погрешность в определении контактной жесткости была минимальной. Было показано достаточно хорошее совпадение результатов МКЭ расчетов и экспериментальных оценок, Рисунок 2.

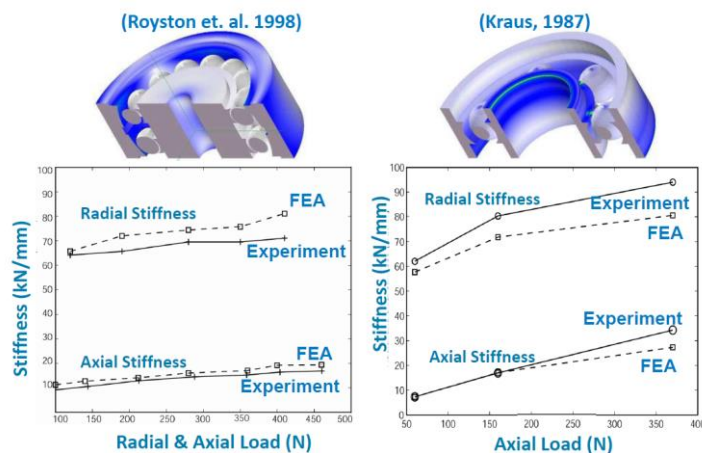


Рисунок 2 – Сравнение результатов МКЭ расчетов с опубликованными экспериментальными данными

В работе отмечается, что основными ограничениями теоретических моделей являются неточность в определении контактных жесткостей и использование нереалистичных геометрий колец и тел качения. Настроенные модели были применены авторами для исследования влияющих факторов на жесткость подшипников качения, Рисунок 3.



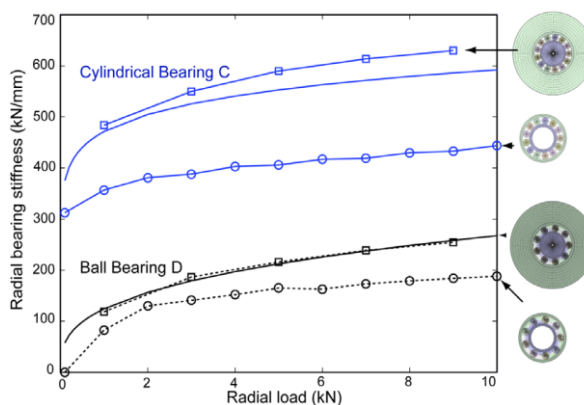


Рисунок 3 – Влияние податливости колец на общую жесткость подшипника

Как видно из сравнения жесткость подшипника, а точнее соответствующего участка опорного узла, включающего сам подшипник, корпус подшипника и участок цапфы вала, будет существенно зависеть от окружающих подшипник элементов. При этом податливость колец подшипника будет играть существенную роль в определении жесткости.

#### **Факторы, влияющие на распределение усилий в подшипнике**

Задача вычисления внутренних усилий в подшипнике качения достаточно хорошо изучена за последние 50 лет, т.к. их корректное определение является важной отправной точкой для получения достоверной оценки жесткости и долговечности опорного узла. При этом большинство существующих методик использует достаточно простые модели, которые в большинстве случаев не учитывают влияние таких немаловажных факторов, как:

- величина зазора в подшипнике;
- податливость колец и опорного узла;
- технологическая некруглость колец;
- силы инерции, действующие на тела качения;
- профиль образующей тел качения (для роликов);
- перекос колец.

В современных же авиационных двигателях данные эффекты могут оказывать существенное влияние на перераспределение усилий внутри подшипника. Например, неравномерный прогрев наружного и внутреннего колец подшипника может приводить к значительному изменению зазора в подшипнике на режиме; или, скажем, в двигательных установках применяются полые валы и тонкостенные корпуса, что в сочетании с достаточно тонкими кольцами делает весь опорный узел сравнительно податливым; из-за высоких скоростей вращения и больших габаритов валов влияние сил инерции оказывается



все более существенным. Так, ни один из вышеперечисленных факторов не учтен в стандарте ISO 281 [24] и его отечественном аналоге ГОСТ 18855-2013 [25] определения долговечности подшипника. Именно по этой причине был разработан стандарт ISO 16281 [26], призванный устранить данный недостаток.

### Влияние зазора

Классическим подходом к определению радиальных усилий в подшипнике является оценка Штрибека [27], согласно которой величина силы, действующей на наиболее нагруженное тело качения, составляет  $\frac{1}{4.08} \dots \frac{1}{5}$  от приложенной радиальной нагрузки. Заметим, что оценка верна исключительно для случаев нулевого зазора в подшипнике: при нарушении данного условия нагрузка может существенно образом меняться. Данное замечание актуально для современных авиационных двигателей, режимы работы которых сильно различаются по действующим температурам, а значит и рабочий зазор в подшипнике может варьироваться в достаточно широких пределах, нередко становясь и отрицательным.

Так, несложно показать, что при увеличении зазора число тел качения, находящихся в контакте, будет уменьшаться, что, как следствие, будет приводить к возрастанию величины радиального усилия, действующего на наиболее нагруженное тело качения, Рисунок 4.

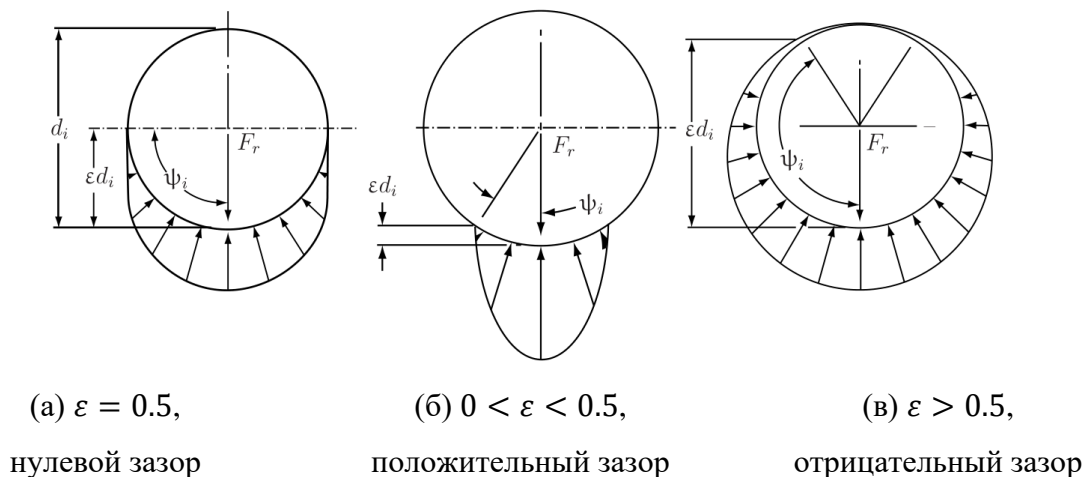


Рисунок 5 – Распределение усилий по телам качения в подшипнике при различных значениях зазора [1]

При отрицательном зазоре (далее-натяге) возможны 2 случая поведения подшипника. Если величина натяга незначительна, то за счет увеличения числа тел качения в контакте радиальное усилие, действующее на наиболее нагруженный ролик, будет

снижаться [1]. Однако при дальнейшем возрастании натяга будет происходить значительное донагружение тел качения, негативно влияющее на ресурс, что подробно изучали в своих работах Освальд *и соавт.* [28]. На рисунке 6 показано значение максимальной нагрузки, действующей на шарик подшипника типоразмера 210, находящегося под действием такой радиальной силы, которая для случая нулевого зазора создавала бы на поверхности внутренней дорожки качения контактные напряжения равные 1720 МПа. Оценка проведена с помощью трех подходов, описанных в работе.

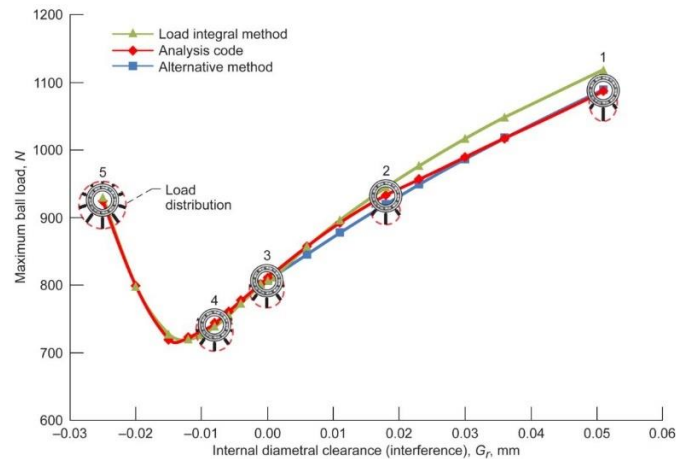


Рисунок 6 – Влияние зазора в шарикоподшипнике типоразмера 210 на величину усилия, действующего на наиболее нагруженное тело качения.

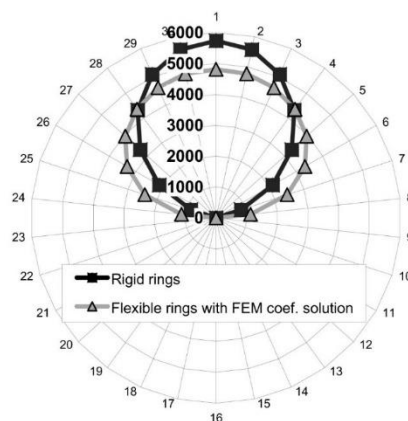
### Податливость колец и опорного узла

С целью минимизации веса кольца радиальных подшипников современных авиадвигателей являются достаточно тонкими, ощутимой жесткости не добавляют и конструкция самого опорного узла — валы роторов полые, а корпуса тонкостенные. А если такой подшипник работает в условиях отрицательного зазора, то величины радиальных усилий, получаемые в расчетах без учета податливости элементов опорного узла, могут в несколько раз отличаться от возникающих в действительности (как правило, в большую сторону).

Например, в работе Каваяро *и соавт.* [29] приведена методика расчета подшипника с учетом изгибной податливости сборок кольцо-вал и кольцо-корпус. На рисунке 7б показаны результаты такого расчета для опорного узла, изображенного на рисунке 7а. Видно, что благодаря изгибу колец в контакт входит большее число тел качения, что снижает максимальное значение внутреннего радиального усилия, возникающего в подшипнике.



(а) Схема опорного узла (вал + подшипник + корпус)



(б) Распределение усилий по внутренней дорожке качения.

Рисунок 7 – Определение распределения усилий в подшипнике с учетом податливости опорного узла [31]

### Конструкционная некруглость колец

Как отмечалось выше, наибольшее влияние на общий ресурс подшипника оказывает усилие, действующее на наиболее нагруженное тело качения. Вполне логично, что если для заданной радиальной нагрузки удастся снизить его величину, то это положительно скажется на долговечности. Добиться такого эффекта можно путем увеличения радиального зазора в направлении действия внешнего усилия, для чего овализируют одну (реже — обе) из дорожек качения. Чаще всего подобная модификация геометрии достигается сжатием кольца в двух диаметрально противоположных точках некоторым усилием и последующей шлифовкой дорожки качения до круглого состояния. В таком случае после снятия усилия само кольцо возвращается к своему первоначальному состоянию, а дорожка при этом приобретает форму эллипса.

Например, Харрис и Брошард [30] предложили подобную модификацию для двухрядного подшипника планетарной передачи и изучили характер изменения его долговечности при различных значениях некруглости. Из рисунка 8 становится очевидно, что введение некруглости способно существенно изменить распределение радиальных усилий внутри подшипника. В таких подшипниках особое внимание стоит уделять величине радиального зазора, т.к. его некорректный выбор может нивелировать положительный эффект от введения некруглости, либо даже привести к противоположному результату и снизить ресурс изделия. Так, на графиках видно, что значение некруглости равное 0.008 дюймов (200 мкм) смягчает распределение внутренних сил для зазора в

подшипнике с  $\delta = 100$  мкм, в то время как для  $\delta = 50$  мкм величина максимального усилия, наоборот, существенно возрастает.

Заметим, что для случая подшипника с некруглыми дорожками качения критически важным становится корректное воспроизведение изгибных деформаций колец. Как показывает практика, для таких подшипников изгиб будет вносить куда больший вклад в перераспределение внутренних усилий, чем для обычных подшипников с идеально круглыми дорожками качения.

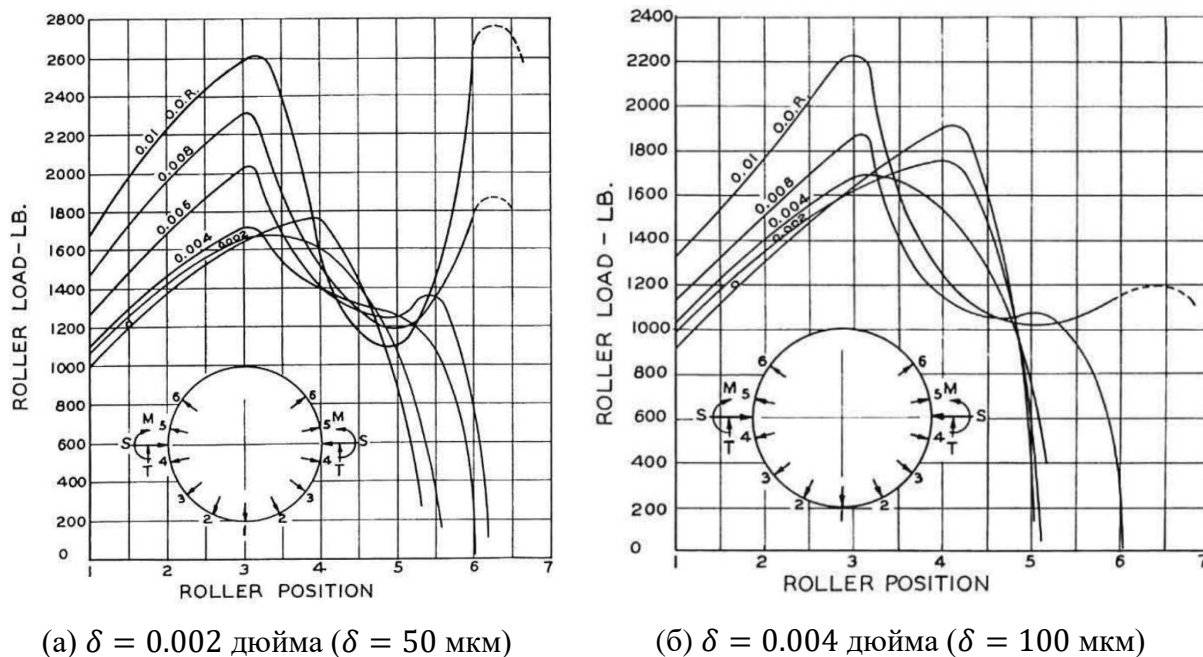


Рисунок 8 – Распределение радиальных усилий для подшипника с некруглым внутренним кольцом для различных случаев радиального зазора (значения на графиках указаны в фунтах и дюймах) [30]

### Силы инерции

Для крупногабаритных подшипников высокие скорости вращения колец (либо одного из них), помимо эффектов их расширения, будут приводить к появлению достаточно больших сил инерции, действующих на тела качения, которые, ощутиمو перераспределяя контактные усилия между внешним и внутренним кольцом, снижают долговечность. Для наглядной демонстрации этого явления обратимся к исследованию Харриса и Котцаласа [1]. На рисунке 9 показана зависимость нормального усилия, возникающего между шариками и дорожками качения для подшипника типоразмера 210, находящегося под действием осевой силы, и внутреннее кольцо которого вращается с частотами 6000, 10000 и 15000 оборотов в минуту. Из графиков видно, что эффект перераспределения усилий между дорожками особенно ярко выражен для случаев, когда частота вращения высока, и

подшипник при этом слабо нагружен в осевом направлении: разница между усилиями  $Q_i$  и  $Q_o$  может достигать до 10 раз.

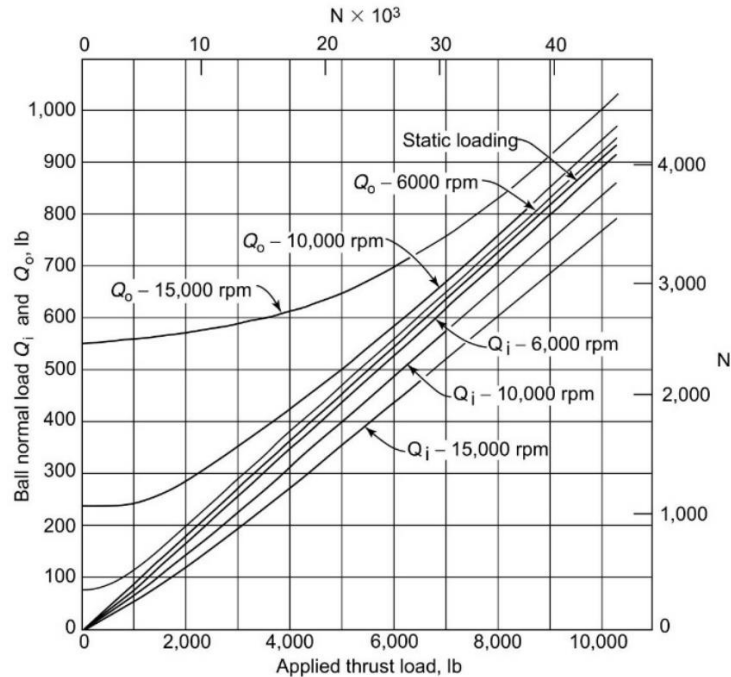


Рисунок 9 – Величина радиальных усилий для шарикоподшипника типоразмера 210 с вращающимся внутренним кольцом и приложенным осевым усилием [1]

### Профилирование тела качения

Помимо того, что ролики радиальных подшипников никогда не делают с острыми краями с целью устранения концентраторов напряжений, чаще всего тела качения выполняют профилированными, вводя дополнительные скругленные участки на удалении от центральной части. Такая модификация профиля является обязательной, если опорный узел спроектирован таким образом, что допускается возникновение углового перекоса колец друг относительно друга [31]. Например, в отчете Освальда *и соавт.* [32] изучено влияние профилирования ролика на распределение контактных давлений (которые, в свою очередь, будут влиять на величины радиальных усилий, которые, по-сути, являются интегральными характеристиками от напряжений) на примере радиального подшипника типоразмера 210. Рассмотрев несколько типов профилей, представленных на рисунке 10, авторы делают вывод, что профилирование ролика позволяет устранить напряжения вблизи концентраторов, но при этом вне зон концентрации величины контактных давлений для профилированного тела качения часто оказываются существенно выше, чем для цилиндрического.

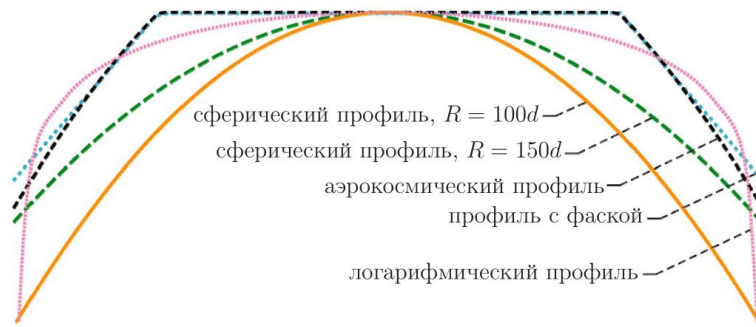


Рисунок 10 – Некоторые варианты профилирования роликов для подшипника типоразмера 210 [32]

### Перекося кола

Перекося кола подшипника приводит к перераспределению напряжений и погонной нагрузки вдоль тела качения. В пределе при достаточно больших значениях угловых отклонений (десятки минут) на определенных роликах возможно появление областей с заметными концентрациями напряжений. Перекося в радиальном подшипнике сам по себе не вызывает перераспределения усилий, действующих на дорожке качения, а лишь приводит к появлению внутреннего момента. Таким образом, хотя статическое положение каждого из роликов может значительно измениться (см. результаты исследований Харриса [33], представленные на рисунке 11), радиальная жесткость при этом остается неизменной.

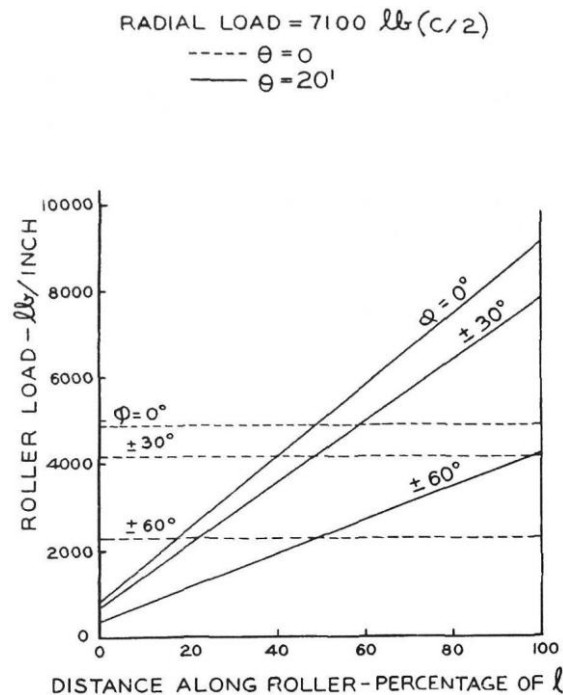


Рисунок 11 – Распределение погонной нагрузки вдоль трех разных тел качения для роликоподшипника типоразмера 309, нагруженного заданной внешней радиальной силой (значения на графиках указаны в фунтах и дюймах) [33]



### Список использованных источников

1. T. A. Harris и M. N. Kotzalas, Essential Concepts of Bearing Technology, USA: CRC Press, 2006.
2. Подшипники качения, Справочное пособие, «Под ред. Н. А. Спицына, А. И. Спришевского,» Москва, Гос. изд.-во машиностроительной литературы., 1961.
3. Подшипники качения, Справочник, Бейзельман Р.Д., Цыпкин Б.В., Перель Л.Я., 6-е изд., испр. и доп., М.: Машиностроение, 1975.
4. К. Рагульскис, А. Юркаускас, Вибрации подшипников, 1985, р. 119.
5. J. V. Poplawski, J. H. Rumbarger, S. M. Peters, R. Flower и H. Galaitis, Advanced Analysis Package for High Speed Multi-Bearing Shaft Systems: COBRA-AHS. Final Report , NASA Contract NAS3-00018., 2002..
6. A. Palmgren, «Ball and roller bearing engineering,» SKF industries; 3rd edition, USA, 1959.
7. E. Gargiulo, «A Simple Way to Estimate Bearing Stiffness,» Machine Design, pp. pp.107-110., 1980.
8. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./ Ред. В.П.Челомей., т. 3, 1980, р. 544.
9. P. Chunjun, Static Analysis of Rolling Bearings Using Finite Element Method, University of Stuttgart, 2009, p. 71.
10. Bogusław ŁAZARZ, Grzegorz PERUŃ, Sławomir BUCKI, «APPLICATION OF THE FINITE-ELEMENT METHOD FOR DETERMINING,» TRANSPORT PROBLEMS, т. 3, 2008.
11. P.H. Darji and D.P. Vakharia, «Development of Graphical Solution to Determine Optimum Hallowness of Hollow Cylindrical Roller Bearing,» 2012. [В Интернете]. Available: <http://dx.doi.org/10.5772/46160>.
12. J.V. Poplawski & Associates, COBRA <http://www.bearingspecialists.com>, 2013. [В Интернете].
13. Леонтьев М.К, Снеткова Е.И., «Нелинейные модели подшипников качения в роторной динамике,» т. 19, pp. 134-145, 2012.
14. H. Golbach, «Integrated Non-linear FE Module for Rolling Bearing Analysis,» в Proceedings of NAFEMS WORLD CONGRESS '99 on Effective Engineering Analysis, USA, 25 –28 April, 1999.
15. Fred B. Oswald and Erwin V. Zaretsky, «Effect of Internal Clearance on Load Distribution and Life of Radially Loaded Ball and Roller Bearings,» Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, 2012.
16. Н. В. Кикоть, Е. И. Снеткова , М. К. Леонтьев, С. А. Дегтярев, «Анализ динамических характеристик подшипников качения в опорах роторов,» Вестник Рыбинской государственной авиационной технологической академии, т. 2, pp. 94-101, 2012.
17. Rotating Machinery Analysis, Inc., «<http://www.xlrotor.com/index.shtml>,» 2013. [В Интернете].
18. Rotor Bearing Technology & Software, Inc., «<http://www.rbts.com/armd/rotlat.aspx>,» 2013. [В Интернете].
19. Леонтьев М.К., Дегтярев А.А., Дегтярев С.А. Иванов А.В., Программная система для решения задач роторной динамики «DYNAMICS R4». Общество с



- ограниченной ответственностью "Альфа-Транзит", РОСПАТЕНТ. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018614888 от 19.04.2018 г.
20. R.R.Davis, C.S.Vallance, «Incorporating general race and housing flexibility and deadband in rolling element bearing analysis,» Aerojet TechSystems company, Sacramento, California, USA pp.373-387.
  21. J.M.Krodkievski, Dynamics of Rotors, Melbourne: THE UNIVERSITY OF MELBOURNE, 2007, p. 214.
  22. Yi Guo, Robert G. Parker, Stiffness matrix calculation of rolling element bearings using a finiteelement/contact mechanics model, т. 51, 2012, pp. 32-45.
  23. Y. Guo, «Rolling Element Bearing Stiffness Matrix Determination. Gearbox Reliability Collaborative Meeting 2012,» [http://www.nrel.gov/wind/grc/pdfs/3-1-2\\_guo\\_bearing\\_stiffness.pdf](http://www.nrel.gov/wind/grc/pdfs/3-1-2_guo_bearing_stiffness.pdf), Feb 09, 2012.
  24. ISO 281:2007. Rolling bearings. Dynamic load ratings and rating life, 2007.
  25. ГОСТ 18855-2013. Подшипники качения. Динамическая грузоподъемность и номинальный ресурс, 2013.
  26. ISO 16281:2008. Rolling bearings --- Methods for calculating the modified reference rating life for universally loaded bearings, 2008.
  27. F. B. Oswald, E. V. Zaretsky и J. V. Poplawski, «Effect of Internal Clearance on Load Distribution and Life of Radially Loaded Ball and Roller Bearings,» Glenn Research Center, 2012.
  28. F. B. Oswald, E. V. Zaretsky и J. V. Poplawski, «Effect of Internal Clearance on Load Distribution and Life of Radially Loaded Ball and Roller Bearings,» Tribology Transactions, т. 55, pp. 245-265, 2012.
  29. G. Cavallaro, D. Nelias и F. Bon, «Analysis of High--Speed Intershaft Cylindrical Roller Bearing with Flexible Rings,» Tribology Transactions, т. 48, pp. 154-164, 2005.
  30. T. A. Harris и J. L. Broschard, «Analysis of an Improved Planetary Gear-Transmission Bearing,» Journal of Basic Engineering, т. 86, pp. 457-461, 01 9 1964.
  31. J. V. Poplawski, E. V. Zaretsky и S. M. Peters, «Effect of Roller Profile on Cylindrical Roller Bearing Life Prediction,» Glenn Research Center, 2000.
  32. F. B. Oswald, E. V. Zaretsky и J. V. Poplawski, «Effect of Roller Geometry on Roller Bearing Load-Life Relation,» Glenn Research Center, 2015.
  33. T. A. Harris, «The Effect of Misalignment on the Fatigue Life of Cylindrical Roller Bearings Having Crowned Rolling Members,» Journal of Lubrication Technology, т. 91, pp. 294-300, 01 4 1969.